

1. Udowodnij, że jeśli liczba naturalna jest podzielna przez 8, to suma cyfr jednośi podwojonej cyfry dziesiątek i 4-krotności cyfry setek, jest podzielna przez 8.
2. Udowodnij, że jeśli suma dwóch liczb naturalnych jest liczbą parzystą, to ich różnica jest także liczbą parzystą.
3. Wykaż, że różnica czwartych potęg dwóch liczb całkowitych różniących się o 2, jest podzielna przez 8.
4. Udowodnij, że suma liczby dwucyfrowej i liczby utworzonej z tych samych cyfr zapisanych w odwrotnej kolejności jest podzielna przez 11.
5. Udowodnij, że różnica czwartych potęg dwóch liczb, z których pierwsza przy dzieleniu przez 5 daje resztę 1, a druga resztę 2, jest wielokrotnością pięciu.
6. Udowodnij, że jeśli n oznacza liczbę naturalną, to wyrażenia n^3+5n , n^3+11n ; n^3-19n są liczbami podzielnymi przez 6.
7. Udowodnij, że liczba postaci n^5+5n^3+4n , gdzie $n \in \mathbb{N}$ dzieli się przez 120.
8. Udowodnij, że suma kwadratów trzech kolejnych liczb całkowitych daje przy dzieleniu przez 3 resztę 2.
9. Udowodnij, że ułamek, którego licznik jest iloczynem czterech kolejnych liczb naturalnych, a mianownik jest iloczynem trzech kolejnych liczb parzystych, jest skracalny przez 24.
10. Liczbę 1 napisz w postaci sumy ułamków prostych o różnych mianownikach .
11. Udowodnij, że dla $n \in \mathbb{N}$ ułamek $\frac{14n+3}{21n+4}$ jest nieskracalny.
12. Trzej strzelcy strzelają do celu na strzelnicy. Pierwszy oddaje strzały w odstępach 6 sekundowych, a drugi i trzeci odpowiednio 8 i 10 sekundowych. Ile razy strzelcy wystrzelają jednocześnie w ciągu 15 minut licząc od pierwszego strzału, który wszyscy trzej oddali jednocześnie?

13. Wykazać, że wyrażenie $\frac{n}{12} + \frac{n^2}{8} + \frac{n^3}{24}$ jest liczbą naturalną dla każdego n parzystego.

14. Jaką cyfrę należy wstawić w miejsce kropki w czterocyfrowej liczbie 777., aby powstała liczba podzielna przez 6?

15. Wykaż, że różnica kwadratów dwóch kolejnych liczb naturalnych jest liczbą nieparzystą.

16. Dowieść, że suma czterech kolejnych liczb naturalnych nie jest liczbą parzystą.

17. Wykaż, że suma trzech kolejnych naturalnych potęg liczby 3 jest podzielna przez 13.

18. Udowodnij, że dla dowolnej liczby naturalnej n liczba

$$5^n + 5^{n+1} + 5^{n+2} \quad \text{dzieli się przez } 155.$$

19. Dowieść, że liczba:

a) $17^5 + 24^4 - 13^{21}$ jest wielokrotnością 10

b) $2^{16} + 3^{40} + 5^{39} + 2 \cdot 4^7$ jest wielokrotnością 10

20. Jaka jest cyfra jedności liczby a , jeśli $a = 5^{12} + 10^{15} + 9^{11}$?

21. Jaką cyfrą kończy liczba $a = 3^{13} + 10^{13} + 18^{13}$ po wykonaniu działań?

22. Wykaż, że liczba postaci:

a) $2^{16} + 2^{15} + 2^{12} -$ jest podzielna przez 5

b) $3^{18} + 6^{17} -$ jest podzielna przez 5

c) $6^5 - 12^3 - 24^2 -$ jest podzielna przez 19