

Zad 1 .Rozwiąż równania:

a) $(x + 3^{75})^2 - (x - 3^{75})^2 = 4 \cdot 3^{75}$

b) $\frac{2^x}{8} = 4$

c) $(\frac{2}{5})^{x-3} = (\frac{5}{2})^{3x-1}$

d) $\frac{1}{\sqrt{2}} + 1 + \frac{1}{\sqrt{3}} + \sqrt{2} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n+1}} + \sqrt{n} = 10$

e) $\frac{1}{3}(\frac{1}{3}(\frac{1}{3}(\frac{1}{3}(\frac{1}{3}(x+2)+2)+2)+2)+2) = 1$

f) $(x + 2^{1997})^2 - (x - 2^{1997})^2 = 2^{1999}$

g) $25^x \cdot (\frac{1}{125})^{x-1} = 625$

Zad 2. Rozwiąż równania:

a) $|x - 2| + 2x = 2$

b) $|x + 4| + |x - 1| = 5$

c) $|x| = 3(x - 3)$

d) $|x+2| + |x - 1| = 3$

e) $|2x + 1| + |3x - 1| = 2$

f) $|x + 3| - |x - 2| = 1$

g) $|4x - 1| + |1 - 3x| = 3$

h) $|x| + |x + 1| + |x + 2| = 6$

i) $\sqrt{x^2 - 6x + 9} + \sqrt{25 - 10x + x^2} = 2$

Zad 3. Rozwiąż równania:

a) $288 : [144 - \frac{(x-16) \cdot 4}{7}] + 108 = 111$

b) $208 : [112 - \frac{(100-3x) \cdot 4}{23}] = 2$

c) $315 : [36 - (\frac{432}{5x-198} + 15)] = 21$

Zad 4. Jaką liczbę należy wstawić w miejsce Δ w równaniu

$$x^2 + 5(3x + \Delta)(x + 1) - 4(1 + 2x)^2 = 84$$

aby liczba 2 była rozwiązaniem tego równania?

Zad 5. Podaj wszystkie liczby naturalne spełniające nierówność $\frac{x - \sqrt{3}}{\sqrt{3} - 2} < x$

Zad 6. Rozwiąż nierówności:

a) $|5 - 2x| < 1$

b) $|3x - 2,5| \geq 2$

Zad 7. Zaznacz na osi liczbowej następujące zbiory:

a) $\{x \in \mathbb{R} : (x + 1)^2 < (x + 2)^2 \text{ i } |x| < 2\}$

b) $\{x \in \mathbb{R} : |x + 2| < 3 \text{ i } |2x - 3| < 2\}$

Zad 8. Rozwiąż nierówność:

$$\frac{-3}{3x^3 + 6x^2 + 3x + 6} < 0$$

Zad 9. Rozwiąż układy równań:

a)
$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 24 \\ 2x^2 + 5y^2 = 55 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ 3x + 2y + z = 10 \\ x - y - z = 0 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 2x^2 + 3y^2 = 35 \\ 3x^2 - y^2 = 3 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} 3(x-1) + 2(y-2) + (z-7) = -8 \\ x + 2y + 7z = 10 \\ x - y = 0 \end{cases}$$

e)
$$\begin{cases} x - y - z = 0 \\ x + 4y - 2z = 2 \\ 3(x+1) - 2(y + \frac{1}{2}) + 4z = 6 \end{cases}$$

f)
$$\begin{cases} 5x + y - 7z = 0 \\ 5x - 2z = 3 \\ 3x - y + 2z = 3 \\ 3x + 2y - 10z = -3 \end{cases}$$

g)
$$\begin{cases} y + x - 1 = 0 \\ |y| - x - 1 = 0 \end{cases}$$

h)
$$\begin{cases} |x| + 2|y| = 3 \\ 7x + 5y = 2 \end{cases}$$

Zad 10. Rozwiąż następujące układy nierówności i zilustruj rozwiązania na osiach liczbowych:

a)
$$\begin{cases} 2x + 4 > 3 - x \\ 4 - 3x > 2 + 2x \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} \frac{1-2x}{3} < \frac{1+3x}{4} \\ 1-7x \geq -6x \end{cases}$$

Zad 11. Rozwiąż nierówność podwojoną:

a) $2x + 5 < 3x + 4 < 4x + 2$

b) $2(x - 1) < 3(x - 1) < 4(x - 1)$

Zad 12. Rozwiąż równanie i zbadaj dla jakich wartości parametru a równanie ma dokładnie jedno rozwiązanie, nie ma rozwiązań, jest tożsamościowe.

a) $5x = 3 + ax$

c) $ax + 2a = 3ax$

b) $ax - 3 = 7ax$

d) $ax + 3 = 3a$

Zad 13. Obwód równoległoboku wynosi m cm; a jeden jego bok jest o n cm dłuższy od drugiego. Oblicz długości boków równoległoboku.

Zad 14. Zbadaj dla jakich wartości parametrów m każdy z układów równań:

a)
$$\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ 4x + my = 2m \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 4x - 3y = 7 \\ mx - y = 2 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} (a-1)x + 2y = 1 \\ 3x - (a+1)y = a \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} 2x - y = m + 1 \\ 3x - 2y = 2 \end{cases}$$

jest układem równań niezależnych, zależnych, sprzecznych.

Zad 15. Dla jakich wartości k rozwiązaniem układu

$$\begin{cases} x + y = 2k \\ x - y = 3 - k \end{cases}$$

jest:

a) para liczb ujemnych;

b) para liczb dodatnich;

c) para liczb o różnych znakach?

mieć każdy z wymienionych przedmiotów?