

Zadania przygotowawcze do konkursu matematycznego.

Planimetria

Trójkąty

Zad. 0 W trójkącie ABC , $AB=40$, $BC=23$, wyznacz AC wiedząc że jest ono sześcianiem liczby naturalnej.

Zad. 1 Oblicz pole trójkąta o bokach 13 cm, 14 cm, 15cm.

Zad. 2 W trójkącie ABC rys. 1 kąty BDC i ABC są przystające, oraz $BC=4$, $AC=12$, $AB=15$. Oblicz długość odcinka BD .

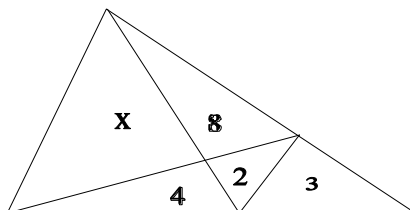
Zad. 3 W trójkącie ABC o danych bokach $AB=12$, $BC=8$, $AC=10$ cm, poprowadzono prostą równoległą do boku AC , która połowi obwód trójkąta ABC . Oblicz odcinki na bokach AB i BC wyznaczone przez tę prostą.

Zad. 4 W trójkącie ABC bok $AB=8$ cm bok $AC=10$ cm, a bok $BC=12$ cm. Z punktu O środka boku BC zakreślono okrąg o promieniu OB ., który przecina boki AB i AC w punktach D i E . Oblicz długość odcinków DB i EC .

Zad. 5 Prosta równoległa do jednego z boków trójkąta dzieli go na dwie części o równych polach. W jakim stosunku dzieli ta prosta boki trójkąta?

Zad. 6 Przyjmij że trójkąt ABC jest ostrokątny, C' jest punktem symetrycznym do C względem A , B' jest punktem symetrycznym do punktu B względem C , a punkt A' jest punktem symetrycznym do A względem punktu B . Sporządź rysunek. Ile razy pole trójkąta $A'B'C'$ jest większe od pola trójkąta ABC ?

Zad. 7 Oblicz pole x .

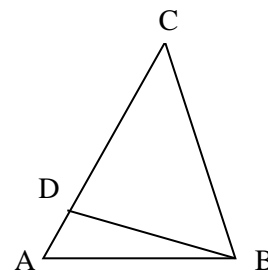


Zad. 8 W trójkącie równoramiennym jeden z kątów jest cztery razy większy od jednego z pozostałych kątów trójkąta. Wyznacz miary kątów tego trójkąta.

Zad. 9 Wyspa ma kształt trójkąta różnobocznego. Punktem najbardziej oddalonym od morza jest punkt przecięcia ...?

Zad. 10 Piła ma 60 cm długości i ząbki będące trójkątami równoramiennymi. Wysokość każdego z tych ząbków jest równa $\frac{2}{3}$ jego podstawy. Po pile maszeruje mrówka pokonując kolejne ząbki. Jaką przebędzie drogę?

Zad. 11 W trójkącie o długościach boków 12, 8, 6 poprowadzono prostą równoległą do boku najdłuższego, która podzieliła ten trójkąt na dwie figury o jednakowych obwodach. Oblicz długość boku wspólnego dla obu figur.



Zadania przygotowawcze do konkursu matematycznego.

TRÓJKĄT RÓWNOBOCZNY

Zad 1 W trójkąt równoboczny o boku a wpisano kwadrat. Oblicz stosunek obwodów tych figur.

Zad 2 Oblicz sumę odległości dowolnego punktu trójkąta równobocznego o boku a od jego boków.

Zad 3 Brzeg trójkąta równobocznego o boku długości 10 cm "otoczono" zbiorem wszystkich punktów, które są odległe od co najmniej jednego z boków nie więcej niż o 1 cm . Oblicz pole tego zbioru oraz długość jego brzegu.

TRÓJKĄT PROSTOKĄTNY

Zad. 1 W trójkąt prostokątny ABC o przyprostokątnych długości 7 i 8 wpisano kwadrat w ten sposób, że jeden wierzchołek kwadratu pokrywa się z wierzchołkiem kąta prostego trójkąta ABC . Oblicz długość boku tego kwadratu.

Zad. 2 Przyprostokątne trójkąta prostokątnego mają długości 12 cm i 16 cm . Prowadzimy wysokość na przeciwprostokątną i przez jej koniec równoległe do przyprostokątnych. Oblicz obwód otrzymanego prostokąta.

Zad. 3 Czy istnieje trójkąt prostokątny o przeciwprostokątnej długości 8 i wysokości spuszczonej z wierzchołka kąta prostego mającej długość 5 ?

Zad. 4 W trójkąt prostokątny równoramienny o ramieniu długości a wpisano kwadrat w ten sposób, że dwa jego wierzchołki znajdują się na przeciwprostokątnej. Oblicz pole tego prostokąta.

Zad. 5 Dwusieczna kąta ostrego trójkąta prostokątnego dzieli przyprostokątną na odcinki 5 cm i 3 cm . Oblicz pole tego trójkąta.

Zad. 6 Oblicz obwód trójkąta prostokątnego, którego pole wynosi 30 cm^2 , a kwadrat zbudowany na przeciwprostokątnej ma pole 169 cm^2 .

Zad. 7 W trójkącie prostokątnym dwusieczna kąta prostego dzieli przeciwprostokątną na odcinki o długościach 20 cm i 15 cm . Oblicz długość odcinka dwusiecznej łączącej wierzchołek z przeciwprostokątną.

Zad. 8 W trójkącie prostokątnym miara kąta ostrego wynosi 32° . Z wierzchołka kąta prostego poprowadzono środkową, dwusieczną i wysokość. Znajdź miary kątów między:

- a) środkową i dwusieczną
- b) dwusieczną i wysokością;

Co zauważasz? Uzasadnij sformułowany wniosek dla dowolnego trójkąta prostokątnego.

Zad. 9 Symetralna przeciwprostokątnej AC trójkąta ABC dzieli bok AB na dwa odcinki o długościach 1 i 3 . Oblicz długości boków tego trójkąta

Zad. 10 Długości boków pewnego trójkąta prostokątnego wyrażają się liczbami naturalnymi, oraz wiadomo że jedna z przyprostokątnych wynosi 10 . Znajdź długości pozostałych boków.

FIGURY I OKRĘGI

Zad. 1 Oblicz długość promienia okręgu wpisanego w trójkąt równoramienny o podstawie długości 8 i ramionach długości 5 .

Zadania przygotowawcze do konkursu matematycznego.

Zad. 2 Oblicz długość promienia okręgu opisanego na trójkącie równoramiennym o bokach długości: 5, 5, 6.

Zad. 3 Dany jest trójkąta równoramienny, w którym podstawa ma długość 24 cm, a ramię - długość 15 cm. Obliczyć odległość między środkiem okręgu wpisanego w ten trójkąta i okręgu opisanego na tym trójkącie

Zad. 4 Oblicz długość okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny o przyprostokątnych długości a i b .

Zad. 5 Wyznaczyć pole i obwód trójkąta prostokątnego, w którym promień okręgu wpisanego jest równy 8 cm a promień okręgu opisanego na tym trójkącie wynosi 20 cm

Zad. 6 Trójkąt prostokątny o przyprostokątnych 1 i $\sqrt{3}$ podzielono wysokością opuszczoną z wierzchołka kąta prostego na dwa trójkąty, w które wpisano okręgi. Jaka jest odległość między ich środkami.

Zad. 7 W trójkąt prostokątny został wpisany okrąg o promieniu r . Oblicz pole tego trójkąta, jeżeli długość przeciwprostokątnej wynosi c .

Zad. 8 Trójkąt prostokątny ma przyprostokątne 6cm i 8cm. Na trójkącie tym opisano koło i w trójkąt wpisano koło. Oblicz sumę długości średnic obu tych kół.

Zad. 9 Punkty A, B, C, D są kolejnymi wierzchołkami trapezu wpisanego w okrąg, przy czym AB Jest średnicą tego okręgu. Oblicz różnicę miar kątów ADC i ACD

Zad. 10 W trójkąt równoboczny o boku 12 wpisano trzy jednakowe koła. Oblicz promień koła.

Zad. 11 W okrąg wpisano czworokąt foremny na tym kole opisano trójkąt foremny. Różnica boków tych wielokątów jest równa 10. oblicz promień tego okręgu.

Zad. 12 Wyznaczyć stosunek pól kwadratu i ośmiokąta foremnego wpisanych w okrąg o promieniu r .

Kwadrat

Zad. 1 Kwadrat o boku $\sqrt{15}$ podzielono prostymi wychodzącymi z jednego wierzchołka na trzy figury o równych polach. Oblicz obwody tych figur.

Zad. 2 Kwadrat o boku a podziel na trójkąty tak, aby powstała siatka ostrosłupa . Oblicz pole powierzchni i objętość tego ostrosłupa.

Zad. 3 W kwadracie o boku a ścięto naroża tak, że powstał ośmiokąt o równych bokach. Oblicz pole tego ośmiokąta.

Zad. 4 W kwadracie $ABCD$ poprowadzono dwa okręgi o środkach w wierzchołkach A i B i o promieniu równym bokowi kwadratu. Okręgi te podzieliły kwadrat na cztery obszary. Oblicz pola i obwody tych obszarów, jeśli długość boku kwadratu jest równa 5 cm.

Zad. 5 Niech punkt $(0,0)$ będzie środkiem kwadratu a punkt $(1,3)$ niech będzie jednym z jego wierzchołków. Wyznaczyć pozostałe wierzchołki tego kwadratu oraz obliczyć pole i obwód tego kwadratu.

Prostokąt

Zad. 1 Z przeciwległych wierzchołków prostokąta prowadzimy odcinki prostopadłe do przekątnej, dzielące ją na trzy jednakowe odcinki o długościach po 4 cm. Oblicz miary boków tego prostokąta

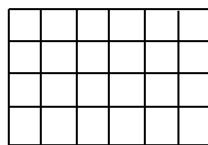
Zadania przygotowawcze do konkursu matematycznego.

Zad. 2 Bok prostokąta ma długość 24 cm, a przekątna 26 cm. Przekątna dzieli prostokąt na dwa trójkąty. W każdy z nich wpisujemy koło. Oblicz odległość między środkami tych kół.

Zad. 3 Jeżeli długość prostokąta zwiększymy o 2 cm i szerokość także o 2 cm, to pole zwiększy się o 20 cm². Oblicz, o ile zwiększyłyby się pole tego samego prostokąta, gdybyśmy jego długość i szerokość zwiększyli o 3 cm.

Zad. 4 Punkt O dzieli przekątną prostokąta $ABCD$ w stosunku 2:3. Przez punkt O poprowadzono proste równoległe do boków prostokąta, które utworzyły na bokach punkty K, L, M, N . Oblicz pole prostokąta $KBLO$ wiedząc, że pole prostokąta $ABCD$ wynosi 50.

Zad. 5 Ile prostokątów znajduje się na rysunku?



Zad. 6 Obwód prostokąta jest równy L , a jego pole P . Oblicz długość przekątnej tego prostokąta.

Zad. 7 W prostokącie $ABCD$ bok AB jest dwa razy dłuższy od boku BC . Zbudowano trójkąt równoboczny ABE , zakrywający częściowo prostokąt $ABCD$. Jaką część prostokąta zakrywa trójkąt ABE ?

Trapez

Trapez równoramienny

Zad. 1 W trapezie równoramiennym dolna podstawa ma długość 25 cm, górna 7 cm, a przekątna 20 cm. Oblicz odległości punktu przecięcia się przekątnych od podstaw trapezu.

Zad. 2 Podstawy trapezu równoramiennego mają długości 22 cm i 12 cm a ramię 13 cm. Oblicz pole i obwód trójkąta dobudowanego do trapezu przez przedłużenie ramion

Zad 3 Trapez o obwodzie 7cm ma podstawy o długościach 2cm i 3cm. Oblicz obwód trójkąta powstałego poprzez przedłużenie ramion

Zad 4 W trapezie dane są długości podstaw 10 cm i 30 cm oraz długości przekątnych 24 cm i 32 cm. Oblicz pole tego trapezu jeśli przekątne przecinają się pod kątem prostym.

Zad 5 Oblicz pole trapezu równoramiennego o przekątnej 13cm i wysokości 5cm.

Zad 6 W trapezie $ABCD$ o podstawie AB przekątne przecinają się w punkcie O . Wiedząc, że pole trójkąta AOB jest równe 10, a pole trójkąta BOC jest równe 6, oblicz pole trapezu $ABCD$.

Zad 7 Przekątne trapezu $ABCD$ o podstawach AB i CD przecinają się w punkcie O . Oblicz pole trapezu wiedząc, że pole trójkąta ABO jest równe p , a pole trójkąta CDO jest równe q .

Wielokąty

Zad 1 Dowolny czworokąt podzielić na trzy czworokąty o równych polach.

Zad 2 Ile przekątnych wychodzi z jednego wierzchołka n -kąta? Ile przekątnych ma n -kąta? Liczba przekątnych pewnego wielokąta jest 2 razy większa od liczby jego boków. Ile wierzchołków ma ten wielokąt?

Zadania przygotowawcze do konkursu matematycznego.

Zad.3 Jak zmieni się suma miar kątów wielokąta wypukłego, Jeśli liczbę boków zwiększymy o 1 ?, a jak Jeśli zwiększymy o: 2,3, ... ? Podaj wzór na przyrost sumy miar kątów, gdy liczbę jego boków zwiększymy o k , gdzie $k = 0, 1, 2, 3 \dots$

Zad. 4 Suma kątów wewnętrznych wielokąta wynosi 1800° . Ile przekątnych posiada ten wielokąt

Zad.5 Stosunek długości wysokości równoległoboku jest równy $\frac{7}{5}$. Oblicz długości boków równoległoboku, jeżeli jego obwód wynosi 24.

Okrąg

Zad 1 W okręgu o średnicy 26 cm poprowadzono cięciwę prostopadłą do średnicy która dzieli ją w stosunku 4:9. Oblicz długość tej cięciwy.

Zad 2 Oblicz pole pierścienia w którym styczna do mniejszego okręgu ma długość 20cm.

Zad. 3 Wstążkę o długości 25 m grubości 0,1 mm nawinięto na kartonową i rurkę. Powstał wałek o średnicy 1 dm. Jaka jest średnica rurki?

UWAGA: Przyjmujemy, że przekrój wałka jest pierścieniem kołowym.

Zad 4 W okręgu o promieniu 10 cm prowadzimy cięciwę o długości 16 cm, przez jej koniec styczną do okręgu. Oblicz odległość drugiego końca cięciwy od stycznej. Odległość między środkami okręgów o promieniach 8cm i 5cm

Zadania na dowodzenie

Zad. 1 W czworokącie ABCD przekątne są do siebie prostopadłe. Wykaż że pole tego czworokąta jest równe połowie iloczynu długości przekątnych.

Zad. 2 Wykaż, że gdy połączymy środki boków w dowolnym czworokącie to otrzymamy równoległobok, którego pole jest równe połowie pola czworokąta.

Zad. 3 Wykaż że suma pól trójkątów równobocznych zbudowanych na przyprostokątnych dowolnego trójkąta prostokątnego jest równa polu trójkąta równobocznego zbudowanego na przeciwprostokątnej tego trójkąta.

Zad.4 Udowodnij, że punkty przecięcia się czterech dwusiecznych kątów wewnętrznych równoległoboku są wierzchołkami pewnego prostokąta.

Zad. 5 Wykaż, że pole wielokąta jest równe połowie iloczynu jego obwodu i promienia okręgu wpisanego w ten wielokąt.

Zad. 6 W trapezie równoramionym przekątna jest prostopadła do ramienia i dzieli na połowy kąt ostry trapezu. Uzasadnij, że długość górnej podstawy jest równa długości ramienia i jest dwa razy krótsza od długości podstawy dolnej.

Zad. 7 W trapezie ABCD punkt K jest środkiem boku BC. Uzasadnij, że pole trójkąta AKD jest równe połowie pola trapezu.

Odcinek AD jest wysokością poprowadzoną z wierzchołka kąta prostego trójkąta prostokątnego ABC.

Zad. 8 Znajdź w tym trójkącie wszystkie pary trójkątów podobnych, a następnie uzasadnij, że $|AD| = \sqrt{|BD| \cdot |CD|}$, czyli, że długość odcinka AD jest średnią geometryczną liczb $|BD|$ i $|CD|$.