

Zadania przygotowawcze do konkursu matematycznego.

Proporcjonalność

Zad. 1 Woda napływa do basenu w ciągu 6 godzin, a wypływa w ciągu 8 godzin. Otworzono dopływ i odpływ wody. Po jakim czasie basen się napełni?

Zad. 2 Dwóch robotników wspólnie wykonuje pewną pracę w ciągu 12 dni. Jeżeli pierwszy będzie pracował 2 dni, a drugi 3 dni, to wykonają tylko 20% całej pracy. Przez ile dni wykona każdy z nich samodzielnie tę pracę?

Zad. 3 Ojciec z synem pracując razem wykonaliby pracę w ciągu 6 dni. Gdyby syn wykonał sam $\frac{1}{3}$ pracy, a pozostałą część razem z ojcem to całą pracę wykonaliby w 9 dni. W jakim czasie wykonałby tę pracę samodzielnie każdy z nich.

Liczby

Zad. 1 Ile istnieje liczb naturalnych dwucyfrowych mniejszych od 63, w których cyfra dziesiątek jest o 3 większa od cyfry jedności ?

Zad. 2 .Znajdź wszystkie liczby naturalne dwucyfrowe, które wzrastają 9 razy, gdy między cyfry jedności i dziesiątek wstawimy cyfrę zero.

Procenty

Zad. 1 Oblicz 5% liczby, której piąta część powiększona o 20 jest równa jej czwartej części pomniejszonej o 20.

Zad. 2 Woda morska zawiera wagowo 5% soli. Ile kilogramów wody słodkiej należy dodać do 40 kg wody morskiej, żeby zawartość soli wynosiła 2%?

Zad. 3 Świeże grzyby zawierają 90% wody, suszone tylko 12% wody. Ile świeżych grzybów należy ususzyć, aby otrzymać 5 kg suszonych grzybów?

Zad. 4 Znaleźć takie x że, jeśli jeden z boków prostokąta zmniejszymy o $x\%$, a drugi zwiększymy o $x\%$ to pole zmniejszy się o 4%.

Podzielność

Zad. 1. Wykaż, że liczba n^3-n jest podzielna przez 6.

Zad. 2 Wykaż że jeżeli od liczby trzycyfrowej odejmiemy liczbę o przestawionych cyfrach, to otrzymamy liczbę podzielną przez 11.

Zad. 3 Udowodnij, że jeżeli dwie liczby przy dzieleniu przez trzecią dają tą samą resztę, to ich różnica jest podzielna przez tę trzecią liczbę

Zad. 4 Znajdź liczby, które przy dzieleniu przez 2 dają resztę 1, przy dzieleniu przez 3 dają resztę 2, przy dzieleniu przez 4 dają resztę 3 a przy dzieleniu przez 5 dają resztę 4.

Wzory skróconego mnożenia

Zad. 1 Rozwiąż równanie: $(x + 2^{2005})^2 - (x - 2^{2005})^2 = 2^{2006}$

Zad. 2 Sprawdź, czy liczba $\sqrt{11-6\sqrt{2}} + \sqrt{11+6\sqrt{2}}$ jest wymierna.

Zad. 3 Wyznacz wszystkie liczby całkowite x i y spełniające równanie:
 $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 13 = 0$.

Zad. 4 Wyznacz wszystkie liczby naturalne a i b spełniające równanie: $a^2 + b^2 + 8b = 6a$.

Zadania przygotowawcze do konkursu matematycznego.

Równania i nierówności

Zad. 1 Rozwiąż równanie:

a) $\sqrt{2}x - \sqrt{3} = -\sqrt{2} + \sqrt{3}x$

b) $|x+1| = 5$

c) $\sqrt{(x-2)^2} = 20$

d) $2^{x^2} \cdot 4 = 2^{4x-2}$

e) $x^2 + 2x + 1 = 0$

f) $[(0,01x+2):0,3]:100+22,1=22,2$

Zad. 2 Rozwiąż nierówność:

a) $|x+1| < 5$

b) $x - 2\sqrt{2} \leq -\sqrt{2} + \sqrt{2}x$